**NÚMEROS TRASCENDENTES**

**1.Historia de los Números Trascendentales**

La denominación trascendental la acuñó [Leibniz](https://es.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Leibniz) cuando en un artículo de [1682](https://es.wikipedia.org/wiki/1682) demostró que la función {\displaystyle \textstyle \sin(x)} no es una función algebraica de {\displaystyle \textstyle x},​posteriormente [Euler](https://es.wikipedia.org/wiki/Euler) definió los números trascendentes en el sentido moderno. La existencia de los números trascendentes fue finalmente probada en [1844](https://es.wikipedia.org/wiki/1844) por [Joseph Liouville](https://es.wikipedia.org/wiki/Joseph_Liouville),​ en [1851](https://es.wikipedia.org/wiki/1851) mostró algunos ejemplos entre los que estaba la “[constante de Liouville](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_de_Liouville)”:

\displaystyle{\sum_{k=1}^\infty 10^{-k!}=0,110001000000000000000001000\ldots}{\displaystyle {\sum \_{k=1}^{\infty }}10^{-k!}=0,110001000000000000000001000\ldots }

donde el enésimo dígito después de la coma decimal es 1 si *n* es un [factorial](https://es.wikipedia.org/wiki/Factorial) (es decir, 1, 2, 6, 24, 120, 720, etc.) y 0 en cualquier otro caso. El primer número del que se demostró que era trascendente sin haber sido específicamente construido para ello fue [*e*](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_e), por [Charles Hermite](https://es.wikipedia.org/wiki/Charles_Hermite) en [1873](https://es.wikipedia.org/wiki/1873). En [1882](https://es.wikipedia.org/wiki/1882), [Carl Louis Ferdinand von Lindemann](https://es.wikipedia.org/wiki/Carl_Louis_Ferdinand_von_Lindemann) publicó una demostración de que [π](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%CF%80) es trascendente. En [1874](https://es.wikipedia.org/wiki/1874), [Georg Cantor](https://es.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor) encontró el argumento descrito anteriormente estableciendo la ubicuidad de los números trascendentes.

El descubrimiento de estos números ha permitido la demostración de la imposibilidad de resolver varios antiguos problemas de geometría que sólo permiten utilizar [regla y compás](https://es.wikipedia.org/wiki/Regla_y_comp%C3%A1s). El más conocido de ellos es el de la [cuadratura del círculo](https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadratura_del_c%C3%ADrculo), y su imposibilidad radica en que π es trascendente. No ocurre lo mismo con los otros dos "problemas griegos" más famosos, la [duplicación del cubo](https://es.wikipedia.org/wiki/Duplicaci%C3%B3n_del_cubo) y la [trisección del ángulo](https://es.wikipedia.org/wiki/Trisecci%C3%B3n_del_%C3%A1ngulo), que se deben a la imposibilidad de construir con regla y compás números derivados de polinomios de grado superior a dos (véase [Número construible](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_construible)) es significativo que estos otros dos problemas puedan resolverse con modificaciones relativamente simples del método (permitiendo marcar la regla, acción que la geometría euclídea no toleraba) o con métodos similares a la regla y compás, como el [origami](https://es.wikipedia.org/wiki/Origami" \o "Origami), en tanto que la cuadratura del círculo, al depender de la trascendencia de π, tampoco es resoluble con esos métodos.

**2.Separacion de números algebraicos y trascendentes**

Los números reales pueden subdividirse en conjuntos según muchos criterios de clasificación. En la entrada de hoy vamos a hablar de la subdivisión en números algebraicos y números trascendentes.

Los números algebraicos son los números reales que son solución de alguna ecuación polinómica cuyos coeficientes son números racionales. A la vista de esta definición es fácil comprender que todos los números racionales son algebraicos, ya que si  r= \textstyle{\frac{p}{q}}es un número racional (por tanto p,q\in\mathbb{Z}), entonces r es solución de la ecuación polinómica q \; x -p=0.

Pero no sólo son algebraicos los números racionales. También lo son muchos irracionales. Por ejemplo, [el número irracional [\sqrt{2}](https://gaussianos.com/dos-demostraciones-de-la-irracionalidad-de-raiz-de-2/)](https://gaussianos.com/dos-demostraciones-de-la-irracionalidad-de-raiz-de-2/) es algebraico. Basta ver que es solución de la ecuación polinómica x^2-2=0 para darse cuenta de ello. Lo mismo ocurre con, por ejemplo, \sqrt[3]{3}, que es solución de x^3-3=0. Y con muchos más números irracionales.

Los números trascendentes son los números reales que no son solución de ninguna ecuación polinómica de coeficientes racionales. Por lo que hemos visto antes todos los números trascendentes son irracionales, aunque no todos los irracionales son trascendentes. Como ejemplos más representativos de este conjunto numérico tenemos al [número [\pi](https://gaussianos.com/como-demostrar-que-%CF%80-pi-es-irracional/)](https://gaussianos.com/como-demostrar-que-%CF%80-pi-es-irracional/) y al [número [e](https://gaussianos.com/como-demostrar-que-el-numero-e-es-irracional/)](https://gaussianos.com/como-demostrar-que-el-numero-e-es-irracional/).

Viendo que en primera instancia es mucho más sencillo encontrar números algebraicos que números trascendentes uno podría pensar que hay muchos más del primer tipo que del segundo. Nada más lejos de la realidad. El conjunto de los números algebraicos es infinito numerable, es decir, tiene infinitos elementos, pero podemos contarlos, mientras que el conjunto de los números trascendentes es infinito no numerable, esto es, también tiene infinitos elementos, pero no los podemos contar. Conclusión: hay muchos más números reales trascendentes que algebraicos.

A la vista de este hecho no se entiende demasiado bien que sea tan complicado encontrar números trascendentes, pero la realidad es esa. Demostrar que un cierto número real es trascendente suele ser bastante complicado

**3.Ejemplos**

Dada la dificultad que tiene encontrar números trascendentes, una lista con los 15 números trascendentes más famosos. Para algunos no existe demostración:

* \pi
* e
* [Constante de Euler-Mascheroni](https://gaussianos.com/la-constante-de-euler-mascheroni/): \gamma = 0,577215 \dots (no demostrado)
* Constante de Catalan: G= \displaystyle{\sum_{k=0}^\infty \textstyle{\frac{(-1)^k}{(2k+1)^2}}} (no demostrado)
* Constante de Liouville: \displaystyle{\sum_{k=1}^\infty 10^{-k!}=0,110001000000000000000001000\ldots}
* [Constante de Chaitin](https://gaussianos.com/numero-normal/): \omega (que además es no computable)
* [Número de Chapernowne](https://gaussianos.com/numero-normal/): 0,12345678910111213 \ldots
* Ciertos valores de la función \zeta de Riemann, como \zeta (3)
* ln(2)
* El número de Hilbert: 2^{\sqrt{2}}
* e^{\pi}
* \pi^e (no demostrado)
* El número de Morse-Thue: 0,01101001 \ldots
* i^i= 0,207879576 \ldots
* Los números de Feigenbaum (no demostrado):

\begin{matrix} \delta = 4.66920160910299067185320382 \ldots \\ \alpha = 2.502907875095892822283902873218 \ldots \end{matrix}